**SIMULAZIONE GARA A SQUADRE ON-LINE (2/2/2008)**

| | |
|---|---|
| D. 1 | 2009 |
| D. 2 | 0114 |
| D. 3 | 0384 |
| D. 4 | 2666 |
| D. 5 | 0060 |
| D. 6 | 0008 |
| D. 7 | 0108 |
| D. 8 | 3851 |
| D. 9 | 4051 |
| D. 10 | 0019 |
| D. 11 | 0288 |
| D. 12 | 0001 |
| D. 13 | 1764 |
| D. 14 | 866 |
| D. 15 | 0070 |
| D. 16 | 0086 |
| D. 17 | 0073 |
| D. 18 | 2821 |
| D. 19 | 0022 |
| D. 20 | 0871 |

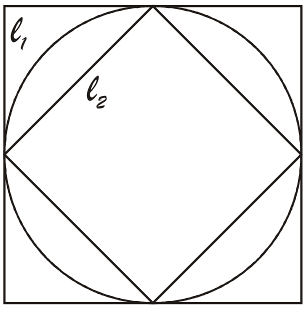
**1. MATEMATICI !!!**

$$\frac{2009}{1+2009^{2009}}+\frac{2009}{1+2009^{-2009}}=2009\left(\frac{1}{1+2009^{2009}}+\frac{1}{\frac{2009^{2009}+1}{2009^{2009}}}\right)=2009\left(\frac{1+2009^{2009}}{1+2009^{2009}}\right)=2009$$

**2. ARLECCHINI**

Prendendo $76\cdot 3$ persone avrò tre arlecchini, di cui 2 uomini ed una donna. Quindi ci saranno 1 arlecchino ogni $228$ persone. Ma visto che metà sono uomini, avrò $1$ arlecchino donna ogni 114.

**3. IL FREGIO**




Indicando con $l_1$ il lato del quadrato esterno e con $l_2$ il lato del quadrato più interno e così via, i lati stanno nella relazione

$$l_1=l_2\cdot\sqrt{2}=l_3\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2=\ldots=l_{13}\cdot\left(\sqrt{2}\right)^{12}$$

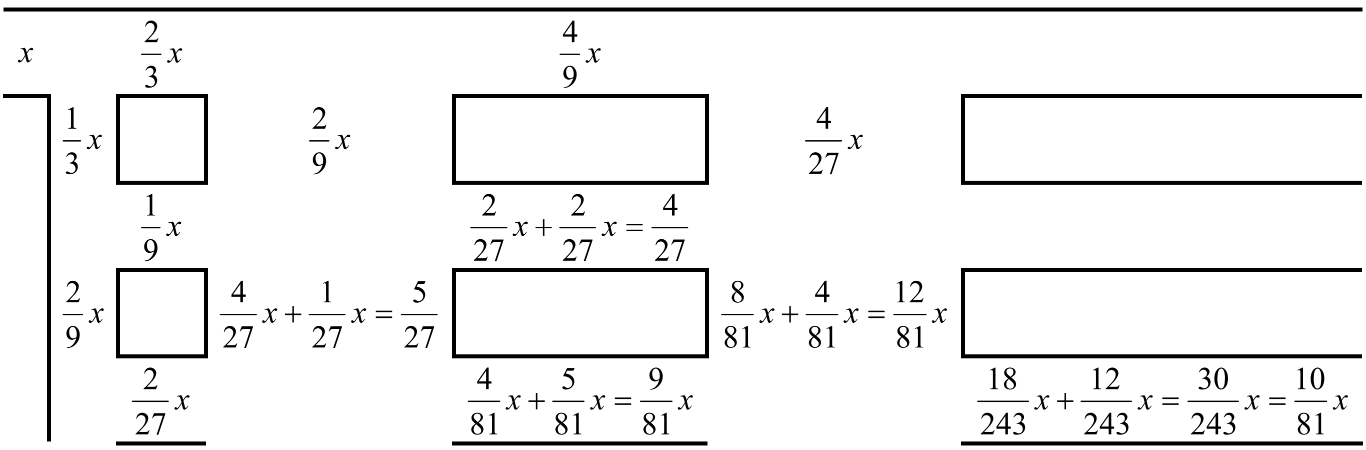
e quindi

$$l_1=3\cdot 128=384$$

**4. COMBINAZIONI**

Indicando con $D$ una cifra dispari e con $P$ una pari, abbiamo 2 sole possibilità:
$PDPDP$ oppure $DPDPD$
Nel primo caso abbiamo $3\cdot 5\cdot 4\cdot 5\cdot 4=1200$ possibilità.
Nel secondo caso dobbiamo prestare attenzione
Combinazioni del tipo $DPDPD$ con la prima cifra $>3$: $3\cdot 4\cdot 5\cdot 4\cdot 5=1200$
Combinazioni del tipo $3PDPD$ con la seconda cifra $>4$: $1\cdot 2\cdot 5\cdot 4\cdot 5=200$
Combinazioni del tipo $34DPD$ con la terza cifra $>3$: $1\cdot 1\cdot 3\cdot 4\cdot 5=60$
Combinazioni del tipo $343PD$ con la quarta cifra $>6$: $1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 5=5$
Combinazioni del tipo $3436D$ con l'ultima cifra $>7$: $1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1=1$
In totale vi sono $2666$ combinazioni possibili

**5. CARNEVALE A RIO**




Quindi usciranno dalla strada B $\frac{10}{81}\cdot 486=60$ carri.

**6. PULIZIE**

Indicando con $A$ l'area della palestra piccola e con $x$ il numero di bidelli, sapendo che puliscono una superficie paria a $a$ al giorno, il problema diventa:

$$x \cdot \frac{a}{2} + \frac{x}{2} \cdot \frac{a}{2} = 2A$$

$$\frac{x}{2} \cdot \frac{a}{2} + 1 \cdot a = A$$

Sostituendo $A$ nella prima equazione e semplificando per $a$ rimane un'equazione di primo grado che ha $8$ come soluzione.

**7. FESTONI**

Ci sono 4 pareti e, scelte le tre pareti a cui appendere un festone, $3 \cdot 3 \cdot 3$ modi diversi per appenderlo, che corrispondono alle possibile scelte dei diversi ganci presenti in ciascuna delle pareti. In tutto servono $4 \cdot 3^3 = 108$ festoni.

**8. CARNEVALE 19XX**

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) 1 | (2) 8 | (3) 4 | (4) 9 |
| 3 | (5) 7 | 2 | 9 |
| 3 | (6) 6 | (7) 4 | (8) 4 |
| (9) 1 | 3 | 6 | 3 |

L'anno è il 1937, il nonno è nato nel 1849 il protagonista ha 42 anni e i suoi figli 11,8 e 4. La risposta al quesito è 3851

**9. SCHERZO DI CARNEVALE**

La data richiesta dovrà necessariamente essere il 17/06/2345

La soluzione è quindi 4051

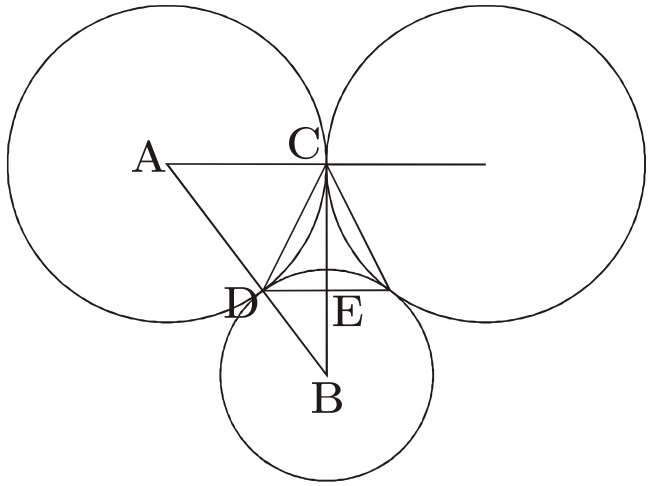
**10. FRITTELLE**

Siano $x^2$ il quadrato che si ottiene scrivendo di seguito il numero delle frittelle cucinate da Sara e quello delle frittelle cucinate da Paolo l'anno scorso e $y^2$ il quadrato che si ottiene scrivendo di seguito i due numeri quest'anno. Deve valere la proprietà $y^2 - x^2 = 1313$. Poiché 1313 in fattori primi è $13 \cdot 101$, $x$ e $y$ devono risolvere uno dei seguenti sistemi:

$$\begin{cases} y - x = 13 \\ y + x = 101 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} y - x = 1 \\ y + x = 1313 \end{cases}$$

Il secondo sistema ha come soluzioni numeri i cui quadrati non hanno 4 cifre, quindi sono da scartare. Risolvendo il primo sistema lineare si ottiene $x = 44$ e $y = 57$. Quindi $x^2 = 1936$: Sara ha preparato l'anno scorso 19 frittelle.

**11. PALCOSCENICO A MATLAND**




Osserviamo che i triangoli ACB e DEB sono simili e che DB=20 e che CB=40
Sfruttando le similitudini possiamo quindi calcolare DE=12, EB=16 e quindi CE=24
da cui l'area richiesta $A = 12 \cdot 24 = 288$

**12. UN MILIONE.**
Nella sequenza data:
i numeri con una cifra occupano i primi 9 posti;
i numeri con 1 o 2 cifre occupano i primi 9+2*90=189 posti;
i numeri con 1,2 o 3 cifre occupano i primi 189+3*900=2.889 posti.

Proseguendo in questo modo abbiamo:
i numeri da 1 a 4 cifre occupano i primi 38.889 posti,
i numeri da 1 a 5 cifre occupano i primi 488.889 posti,
i numeri da 1 a 6 cifre occupano i primi 5.888.889 posti.
Quindi la milionesima cifra apparterrà ad un numero di 6 cifre. In particolare sarà nel 511.111-esimo posto (1.000.000-488.889) tra i numeri di 6 cifre. Dividendo 511.111 per 6 otteniamo 85.185 come quoziente e 1 come resto, così la cifra richiesta sarà la prima cifra del 85.186-esimo numero a 6 cifre. Il primo numero a sei cifre è 100.000 e il 85.186-esimo sarà 185.185, la cui prima cifra è 1.

**13 COLOMBINA E IL DOTTOR BALANZONE**
indicando con $ab$ l'età di Balanzone, $cd$ l'età di colombina, I dati del problema posso essere così rappresentati:

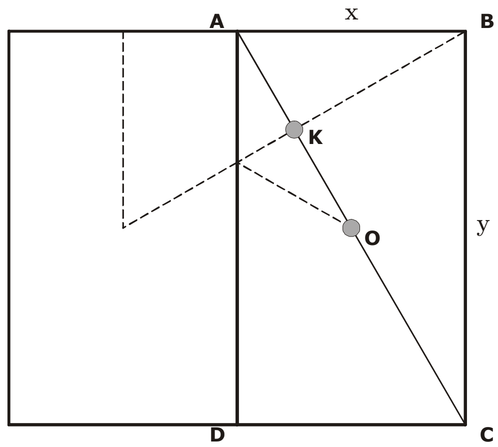
$$\begin{cases} 10a + b + 10c + d = n(a + b + c + d) \\ 10a + b - 10c - d = n(a + b - c - d) \\ \qquad 10a + b - 10c - d = 63 \end{cases}$$

la prima e la terza ci dicono che
$n(a + b + c + d) = 63$
$63 = 3^2 \cdot 7$
quindi $n$ può avere i seguenti valori: $1,3,7,9,21,63$

combinando la prima e la seconda
si ottiene
$10a + b = n(a + b)$ cioè, raccogliendo le cifre in maniera diversa $a(10 - n) = b(n - 1)$
il che ci fa scartare tutte le possibilità per $n$ eccetto $3,7,9$

Provando le tre possibilità si scopre che l'unica possibile è $n = 7$ che da come soluzioni le età di 84 e 21. La risposta è quindi 1764

**14. BILIARDO**




Riflettendo il biliardo sul lato lungo ed indicando con x e y i due lati si osservano due triangoli simili:

$x : y = \frac{y}{2} : \frac{3}{2}x$ da cui segue che $x = \frac{y}{\sqrt{3}}$

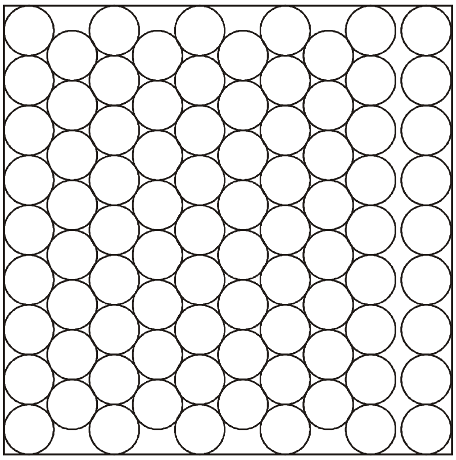
Ora il rapporto richiesto è $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{\sqrt{\frac{y^2}{3} + y^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

che approssimato alla terza cifra vale $0{,}866$.
La risposta è quindi 866

**15 CORIANDOLI 1**

Possiamo scrivere $5^{100} = \frac{10^{100}}{2^{100}}$ Il numeratore ha 101 cifre, il denominatore 31, quindi il quoziente ne avrà 70.

**16.CORIANDOLI 2**



Incastrandoli opportunamente è possibile far stare 5 file da 9 più 4 file da 8. Rimane così lo spazio ancora per una fila da 9
In totale 86 coriandoli.

**17. I KRAPFEN.**

Il krapfen dovrà avere un diametro pari alla diagonale del cubo formato dai centri degli 8 krapfen diminuito di 10 (2 raggi)

$r_k = \sqrt{3 \cdot 10^2} - 10 = 10\sqrt{3} - 10 = 10(\sqrt{3} - 1) = 10 \cdot 0{,}7321 = 7{,}321cm = 73{,}21mm$

**18. FESTA DI CARNEVALE**

La probabilità di essere nella stessa stanza è data da:

$$\frac{x}{x+y} \cdot \frac{x-1}{x+y-1} + \frac{y}{x+y} \cdot \frac{y-1}{x+y-1} = \frac{1}{2}$$

semplificando si ottiene che

$(x-y)^2 = x + y$

Ora sapendo che $20 \le y < x \le 30$ si possono valutare le possibilità per $7 \le x - y \le 10$

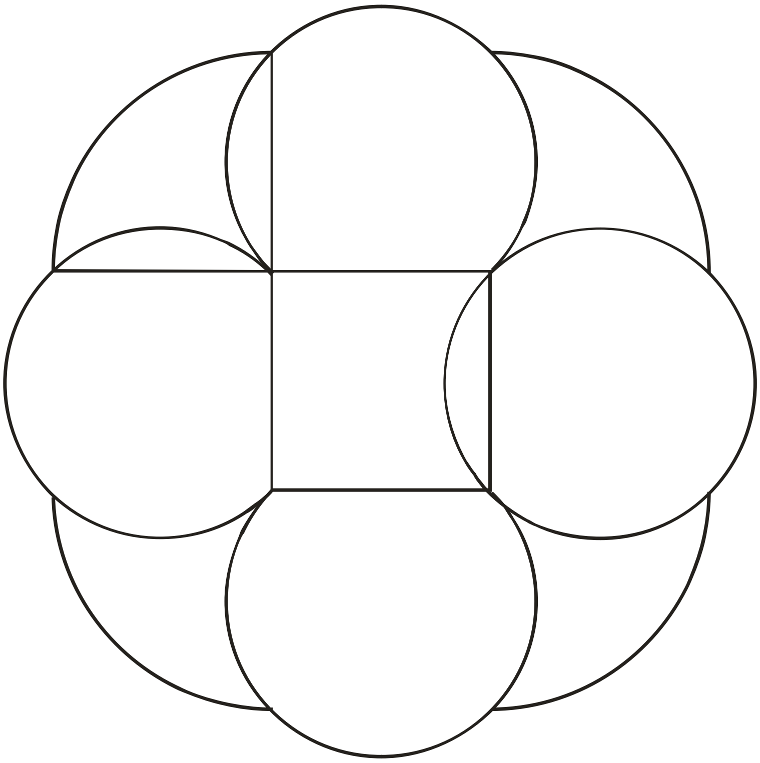
Provando i vari casi si scopre che gli unici valori che risolvono il problema sono $x = 28 \quad y = 21$

**19. LA FESTA DI ARLECCHINO**

Per far si che il maggior numero di fette bisogna che i tagli si intersechino tutti a 2 a 2 e che non ce ne siano più di 2 che passano per uno stesso punto.
In questa maniera si ottengono:

$2 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 22$ fette

**20. PALCOSCENICO A GEOLAND**



Il luogo cercato ha la forma sopra riportata, ed è composto da 1 quadrato più 4 cerchi piccoli (di raggio $5\sqrt{2}$) diminuiti ciascuno di un pezzetto di area $\frac{25}{2}(\pi-2)$ più 4 quarti di circonferenza (di raggio 10) diminuiti ciascuno di 2 pezzetti della stessa area dei pezzetti precedenti. Quindi alla'area del quadrato va sommata l'area di 4 cerchi piccoli, di 1 cerchio grande e va tolta l'area di 12 pezzetti.

$$A = 100 + 4\pi(5\sqrt{2})^2 + \pi 10^2 - 12\left(\frac{25}{2}(\pi - 2)\right) = 400 - 150\pi \cong 871$$